

УДК 519.95

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ «ХИЩНИК – ЖЕРТВА» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ

© А.А. Арзамасцев, Е.Н. Альбицкая, Д.В. Слетков

Arzamastsev A.A., Albitskaya E.N., Sletkov D.V. Computer simulation of the system «beast – victim» using cellular automata. Discrete stochastic distributed mathematical model describing interaction in the system «beast-victim-environment» is developed. The mathematical model is object-oriented, i.e. it operates with a certain system of «rules», characteristic for real objects. The model is realized in the form of a program complex in the environment of development Delphi. Computing experiments testify to qualitative conformity of simulation results to both available experimental data and to the results received earlier in classical works, thus developing and supplementing conceptions of the given system.

**Введение.** Попытки количественного описания динамики различных биологических популяций и типов их взаимодействий имеют давнюю историю. Широко известны математические модели, предложенные Т. Мальтусом (*Malthus 1798, Мальтус 1905*), Ферхюльстом (*Verhulst 1838*), Пирлом (*Pearl 1927, 1930*). Особый интерес для данной статьи представляют результаты теоретических исследований А. Лотки (*Lotka 1925, 1927*) и В. Вольтерры (*Volterra 1926*), которые независимо друг от друга предложили модель системы «хищник – жертва», которая воспроизводит периодический колебательный режим, возникающий в результате межвидовых взаимодействий, без какого бы то ни было внешнего периодического воздействия [1]. Экспериментальная проверка данных работ предпринята в исследованиях Г.Ф. Гаузе и его соавторов (*Gause & Bunn 1934, Gause 1934*).

В 1838 г. появилась «логистическая» модель Ферхюльста (*Verhulst 1838*), достаточно хорошо описывающая динамику многих природных популяций. Данное уравнение было вновь «переоткрыто» Пирлом (*Pearl 1927, 1930*). Значительный вклад в популяционную динамику внесли также Станислав Улам, Джон фон Нейман (*Ulam, von Neumann 1947*), Ли и Йорк (*Li, Yorke 1975*), Шарковский (*Шарковский 1964*).

Следующей крупной вехой в развитии теории экологического моделирования стала работа А.Н. Колмогорова (*Колмогоров 1972*), в которой было дано глубокое исследование системы «хищник – жертва» при достаточно общих предположениях о характере их взаимодействий. Были сформулированы условия, при которых в системе «хищник – жертва» реализуется устойчивое стационарное состояние или устойчивый предельный цикл. Значительный вклад в развитие теории различных типов популяционных взаимодействий связан также с работами Н.С. Печуркина и И.А. Терскова (*Печуркин и Терсков 1975*).

Данный краткий обзор работ, посвященных моделированию взаимодействий в различных биологических системах, позволяет констатировать следующее:

- существующие модели внесли существенный вклад в формирование теоретической базы для биологических исследований; они позволили объяснить раз-

личные феномены, наблюдаемые экспериментально (логистический характер кривой роста, колебания численности, наличие аутостабилизации в биологических системах и т. д.);

- указанные модели являются детерминированными, что приводит к совершенно идентичным результатам вычислительных экспериментов при одинаковых начальных условиях; вместе с тем биологические объекты в значительной степени являются стохастическими;

- указанные модели представляют собой объекты с сосредоточенными параметрами, что не позволяет использовать их для изучения распределений плотностей популяций биологических видов по территории; данное обстоятельство не позволяет проводить исследования волн численности, миграций по территории и т. д.; кроме того, неравномерность распределения биологических популяций по территории оказывает существенные влияния на динамику развития этих популяций.

Поэтому в качестве целей данной работы выбраны:

- разработка стохастической дискретной распределенной модели взаимодействия «хищник – жертва», позволяющей воспроизводить основную феноменологию явления, а также моделировать расположение популяций на территории;

- проведение с ее помощью вычислительных экспериментов, позволяющих изучить взаимодействия в системе.

**Объект моделирования** представляет собой замкнутую среду обитания, в которой происходит взаимодействие двух биологических популяций – хищников и жертв; внутренняя структура объекта включает также комплекс взаимодействий в системах: «хищник – жертва», «среда – хищник», «среда – жертвы». При этом процессы роста, вымирания и размножения популяций происходят на поверхности среды обитания. Питание хищников происходит только за счет жертв. Питание жертв происходит за счет питательных ресурсов среды обитания. При этом питательные ресурсы могут быть как возобновляемыми (непрерывно или периодически), так и невозобновляемыми.

Выбор в модели дискретного представления объекта обусловлен следующими причинами.

1. Точное территориальное отображение распределенного объекта в реальных экспериментах невозможно. Например, невозможно точно определить положения отдельных особей на карте в различные моменты времени, поэтому обычно речь идет об усредненных плотностях популяций на определенной территории, что в случае дискретного представления имеет ряд вычислительных преимуществ, незначительно снижая при этом точность моделирования.

2. Такое представление удобно для моделирования, поскольку клеточные автоматы являются хорошо изученным аппаратом и позволяют применить Agent Based Approach (подход, базируемый на агентах), который начинает широко использоваться в настоящее время для моделирования в биологических, социальных и других недетерминированных системах.

**Математическая модель.**

**Основные допущения.**

1. Область среды обитания популяций представляет собой ограниченную часть плоскости с нанесенной дискретной сеткой. Ее можно представить в виде квадратной матрицы, состоящей из ячеек, размером  $N \times N$  (реально используется  $100 \times 100$  ячеек, но при необходимости размер матрицы может быть изменен).

2. Единицей времени в модели является одна итерация; все временные параметры в модели задаются в количестве итераций. Отсчет времени начинается с нуля итераций.

3. Хищник съедает жертву, находящуюся в одной из соседних ячеек. Жертва питается питательным веществом, расположенным в той же ячейке. Питательные вещества распределены по ячейкам области среды обитания.

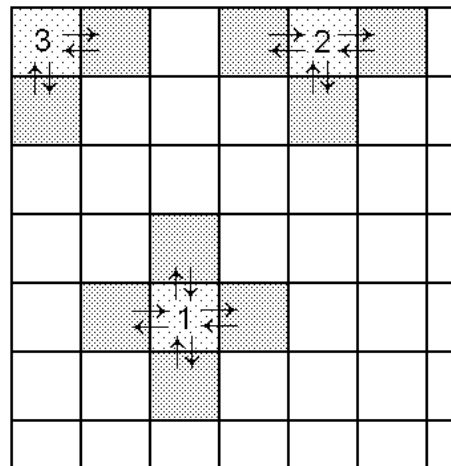
4. Перемещения. На протяжении всей жизни хищник и жертва перемещаются. Перемещение хищника происходит в одну из соседних незанятых ячеек, причем хищник ищет ближайшую по расположению к нему жертву на расстоянии, не превышающем  $R_{hg}$ , и направляется к ней (если таких жертв более одной, он выбирает одну из них случайным образом); если такой жертвы нет, то хищник двигается в случайном направлении. За одну итерацию хищник может делать либо одно, либо два таких перемещения; количество перемещений определяется случайным образом. Перемещение жертвы происходит в одну из соседних незанятых ячеек, при этом жертва находит ближайшего хищника, расположенного на расстоянии, не превышающем  $R_{gh}$ , и удаляется от него; если же такого хищника нет, то жертва ищет ближайшую ячейку, наполненную питательным веществом, и начинает двигаться к ней; если таких ячеек нет, то жертва двигается в случайном направлении. За одну итерацию жертва делает одно такое перемещение. Для каждой особи перемещение осуществляется только в четыре (две по горизонтали и две по вертикали) ближайших ячейки (см. рис. 1 (1)). Если особь находится на границе области среды обитания, то таких ячеек будет три или две (см. рис. 1 (2) и (3)).

5. Питательные вещества в модели могут быть заданы либо их определенным количеством в начальный момент времени  $Q$  и временем их регенерации  $\tau_Q$ , либо их количеством, появляющихся за одну итерацию  $Q_+$ .

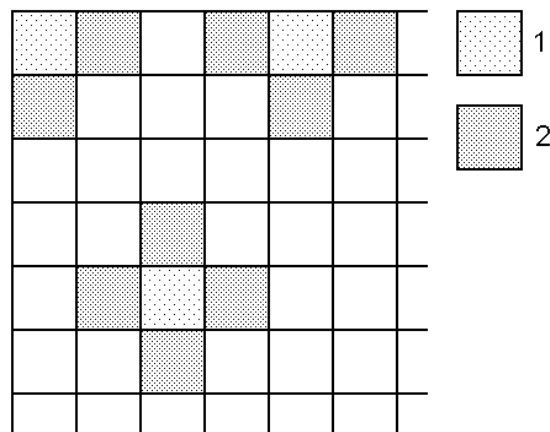
6. Одна особь занимает одну ячейку области среды обитания.

7. Потомство. Через определенный промежуток времени хищник и жертва начинают производить потомство, по одному потомку в одну из 4-х соседних ячеек рядом с материнской, если они располагаются во внутренней ячейке, одну из трех или одну из двух ячеек, если они находятся на границе области распространения или в угловой ячейке (рис. 2). Ячейка может быть занята дочерней особью лишь при условии, что в ней нет другой особи. При наличии нескольких свободных ячеек дочерняя особь занимает одну из них, выбранную случайным образом. Если рядом с материнской особью нет свободной ячейки, размножения не происходит. Размножение осуществляется за одну итерацию. Возраст дочерней особи считается с момента деления. Размножение на возрасте материнской особи не сказывается.

Промежуток времени между размножением особи задается нормальным распределением со средним значением  $\tau_{rh}$  – для хищника и  $\tau_{rg}$  – для жертвы. Время следующего размножения особи определяется в начальный момент времени и после каждого акта размножения.



**Рис. 1.** Схема перемещения хищника и жертвы для различных ячеек области обитания: 1 – для особи, находящейся внутри области; 2 – для особи, находящейся на границе области; 3 – для особи, находящейся в угловой клетке области



**Рис. 2.** Положения материнской особи (1) и возможные расположения дочерних особей (2)

8. Максимальная продолжительность жизни особи задается нормальным распределением со средним значением  $\tau_{sh}$  – для хищника,  $\tau_{sg}$  – для жертвы. Эти параметры определяются при образовании среды обитания. Хищник может погибнуть и раньше, если через определенный промежуток времени  $\tau_{gh}$  не находит жертву. Жертва в свою очередь также может погибнуть, если через определенный промежуток времени  $\tau_{gg}$  не находит питательное вещество.

9. В начальный момент времени хищники располагаются в  $n$  ячеек среды обитания, жертвы – в  $m$  ячеек. Начальный возраст каждой особи задается также случайным образом, в зависимости от максимальной продолжительности жизни популяции.

Реализация данной системы допущений в виде алгоритма представляет собой так называемый «клеточный автомат», впервые предложенный в работах [2–4]. Программа модели написана в среде разработки Delphi. Она представляет собой специализированный симулятор, имеющий удобный графический интерфейс и позволяющий по заданным характеристикам взаимодействия в системах: «хищник – жертва», «среда – хищник», «среда – жертвы» – получать кинетические и морфологические характеристики: количество хищников и жертв во времени, фазовые траектории и их расположение по области среды обитания.

**Вычислительные эксперименты.** После того, как математическая модель была протестирована на предмет выявления и устранения в ней разных противоречивых ситуаций, было решено предпринять с ней ряд вычислительных экспериментов.

Вначале была определена некоторая точка, старт из которой обеспечивал различные сценарии развития системы. Эта точка характеризуется следующими параметрами и начальными условиями для хищников: начальное количество  $n = 100$ , среднее время жизни  $\tau_{sh} = 2000$ , среднее время между генерациями  $\tau_{rh} = 100$ , максимальный промежуток жизни без еды  $\tau_{gh} = 20$ , максимальное расстояние, на котором хищник видит жертву  $R_{hg} = 20$ ; для жертв: начальное количество  $m = 1600$ , среднее время жизни  $\tau_{sg} = 1000$ , среднее время между генерациями  $\tau_{rg} = 50$ , максимальный промежуток жизни без еды  $\tau_{gg} = 15$ , максимальное расстояние, на котором жертва видит хищника  $R_{gh} = 3$ ; для питательных веществ: количество за итерацию  $Q_+ = 300$ .

Все временные показатели здесь и далее выражены в количестве итераций; количественные – показывают число хищников, жертв и «условных» единиц питательной среды; расстояния задаются числом ячеек среды обитания.

В первой серии вычислительных экспериментов определяли влияние на период получаемого процесса среднего времени генерации хищников. В модели Лотки – Вольтерра установлено, что период таких колебаний зависит от коэффициентов естественного прироста

следующим образом:  $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\epsilon_1 \epsilon_2}}$ , где  $\epsilon_1, \epsilon_2$  – коэффициенты естественного прироста хищников и жертв.

Поскольку в нашем случае  $\epsilon_1 \sim \frac{1}{\tau_{rh}}$ ,  $\epsilon_2 \sim \frac{1}{\tau_{rg}}$ , то в данной модели эта формула будет выглядеть следующим образом:  $T \sim 2\pi \sqrt{\tau_{rg} \tau_{rh}}$ .

Время между генерациями изменяли в пределах  $\tau_{rh} = 30–150$  с интервалом  $\Delta\tau_{rh} = 5$ . Было выявлено, что при малых значениях времени между генерациями хищников происходит полное вымирание популяций хищников и жертв, а графики кривых  $N_x(t)$  и  $N_y(t)$  имеют аperiodический характер. Данное обстоятельство объясняется тем, что первоначально численность популяции хищников быстро возрастает, что приводит к исчезновению всех жертв, после чего и сами хищники, лишённые пищи, также погибают. Частный случай такой симуляции представлен на рис. 3.

Далее, начиная со среднего времени между генерациями хищников  $\tau_{rh} = 45$  до значения  $\tau_{rh} = 130$ , кривые носят периодический характер, причем видно, что при значениях  $\tau_{rh} = 45 – 65$  колебания носят практически детерминированный характер, и роль стохастической составляющей крайне незначительна. Это хорошо видно на рис. 4.

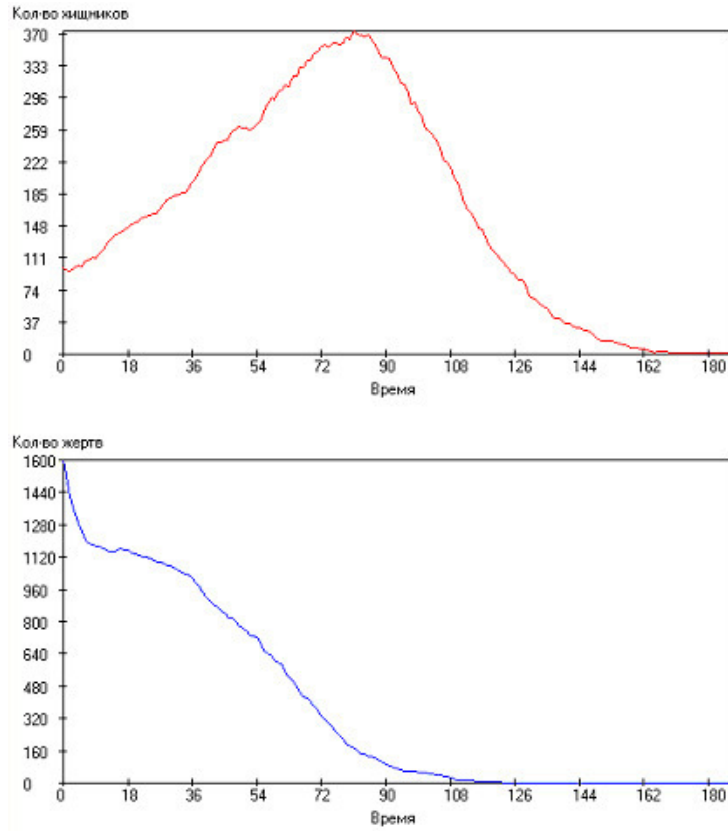
Данное обстоятельство можно связать с тем, что при малом времени между генерациями и при большом числе жертв происходит значительное усреднение, поэтому получаются очень гладкие кривые. Однако со среднего времени между генерациями  $\tau_{rh} = 65$  роль каждого события существенно возрастает и усреднение происходит значительно хуже. Поэтому периодический характер сохраняется, однако появляется существенная стохастическая составляющая. На рис. 5 показана одна из таких симуляций при  $\tau_{rh} = 80$ .

При дальнейшем увеличении среднего времени между генерациями роль стохастической составляющей усиливается, что приводит к тому, что периодический характер оказывается утраченным (рис. 6).

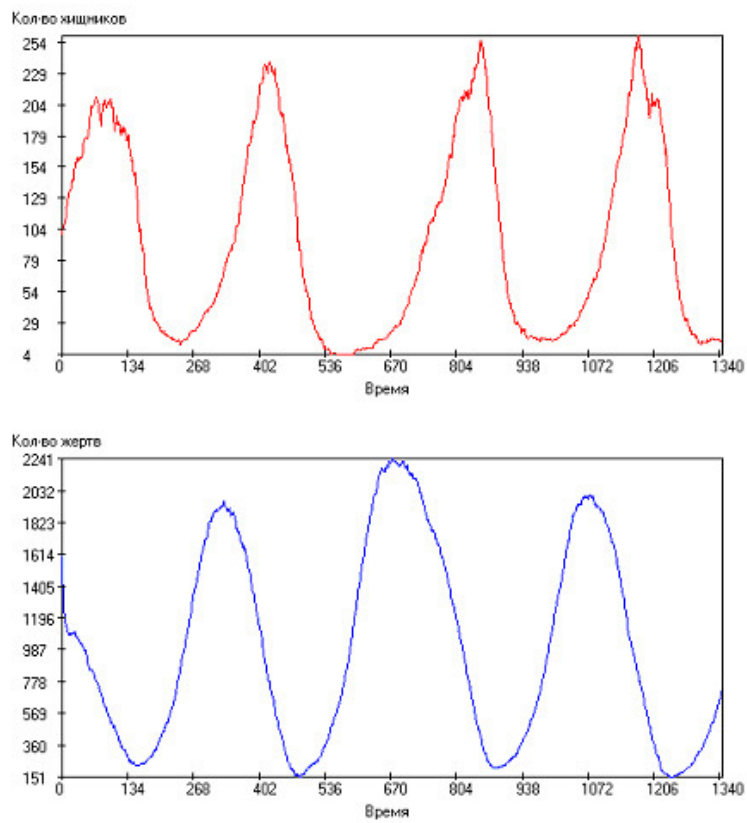
Таким образом, установлен диапазон величин средних значений между генерациями хищника, в котором колебания численности популяций имеют периодический характер,  $\tau_{rh} = 45–130$ .

На рис. 7 показана зависимость периода колебаний в системе от времени между генерациями хищников, построенная на основе значительного числа вычислительных экспериментов. Из этого рисунка видно, что, несмотря на существенную роль стохастической составляющей, общая тенденция полностью согласуется с представлениями, полученными ранее в модели Лотки – Вольтерра.

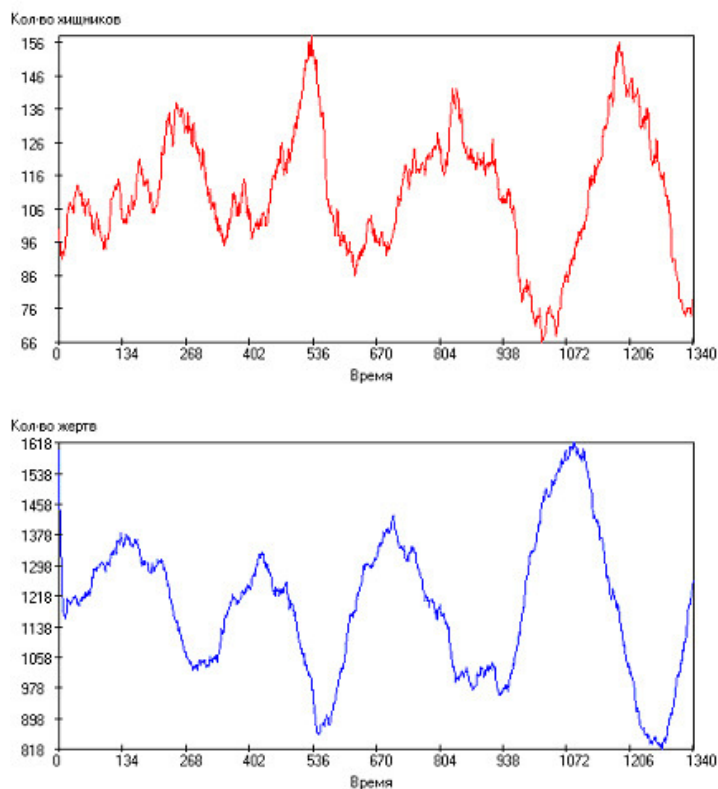
Во второй серии вычислительных экспериментов оценивали влияние среднего времени генерации жертвы на период колебаний в системе.



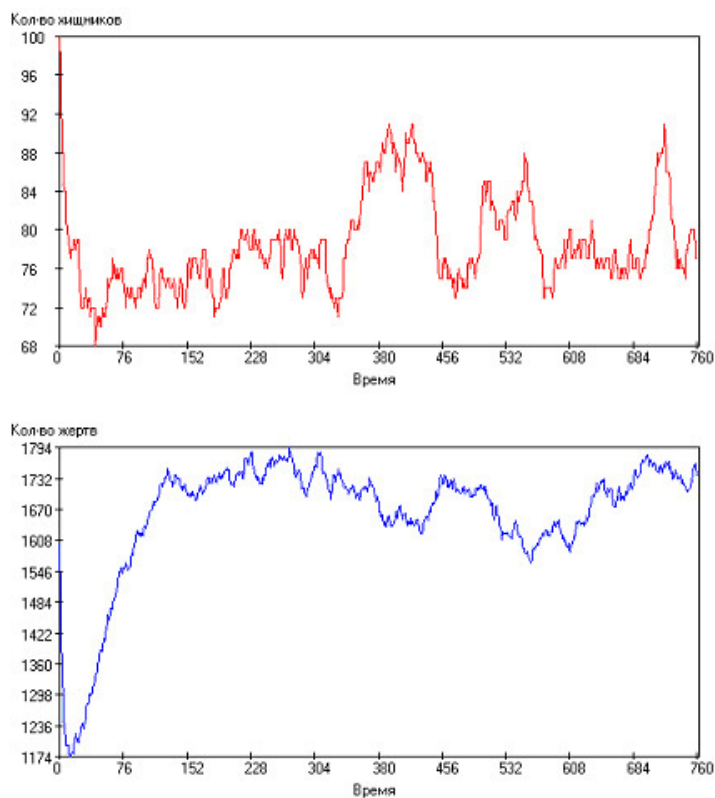
**Рис. 3.** Зависимости числа особей в популяции от модельного времени при:  $\tau_{rh} = 30$ ,  $\tau_{rg} = 50$ ,  $\tau_{sh} = 2000$ ,  $\tau_{sg} = 1000$ ,  $\tau_{gh} = 20$ ,  $\tau_{gg} = 15$ ,  $Q_+ = 300$ . Сверху – хищники, снизу – жертвы



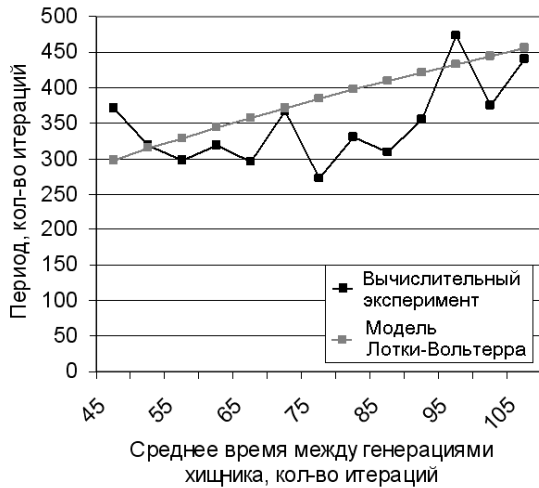
**Рис. 4.** Зависимость числа особей в популяции от модельного времени при:  $\tau_{rh} = 45$ ,  $\tau_{rg} = 50$ ,  $\tau_{sh} = 2000$ ,  $\tau_{sg} = 1000$ ,  $\tau_{gh} = 20$ ,  $\tau_{gg} = 15$ ,  $Q_+ = 300$ . Сверху – хищники, снизу – жертвы



**Рис. 5.** Зависимость числа особей в популяции от модельного времени при:  $\tau_h = 80$ ,  $\tau_{rg} = 50$ ,  $\tau_{sh} = 2000$ ,  $\tau_{sg} = 1000$ ,  $\tau_{gh} = 20$ ,  $\tau_{gg} = 15$ ,  $Q_+ = 300$ . Сверху – хищники, снизу – жертвы



**Рис. 6.** Зависимость числа особей в популяции от модельного времени при:  $\tau_h = 150$ ,  $\tau_{rg} = 50$ ,  $\tau_{sh} = 2000$ ,  $\tau_{sg} = 1000$ ,  $\tau_{gh} = 20$ ,  $\tau_{gg} = 15$ ,  $Q_+ = 300$ . Сверху – хищники, снизу – жертвы



**Рис. 7.** Зависимость периода колебаний от среднего времени между поколениями хищника при:  $\tau_{rg} = 50$ ,  $\tau_{sh} = 2000$ ,  $\tau_{sg} = 1000$ ,  $\tau_{gh} = 20$ ,  $\tau_{gg} = 15$ ,  $Q_+ = 300$

Время между поколениями изменяли в пределах  $\tau_{rg} = 5-100$  с интервалом  $\Delta\tau_{rg} = 5$ . Было выявлено, что при малых значениях времени между поколениями кривые развития количества хищников и жертв имеют аperiodический характер. Такой результат представлен на рис. 8. Видно, что популяции хищников и жертв развиваются практически в противофазе, причем суще-

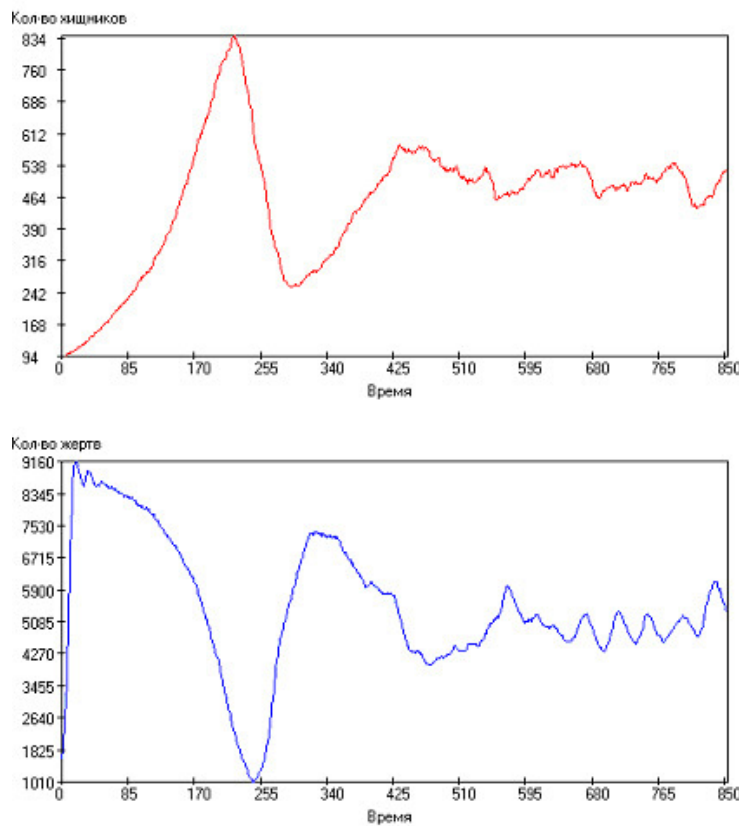
ствует некоторый временной сдвиг между ними: кривые по численности хищника опережают кривые по численности жертв.

Далее, начиная со значения среднего времени между поколениями  $\tau_{rg} = 10$  до значения  $\tau_{rg} = 80$ , кривые носят периодический характер. При этом при значениях  $\tau_{rg} = 10-40$  колебания носят практически детерминированный характер. Частный случай такой симуляции показан на рис. 9. Однако со значения  $\tau_{rg} = 45$  роль каждого события существенно возрастает и на кривых, несмотря на то, что периодический характер сохраняется, появляется существенная стохастическая составляющая (см. рис. 10 при  $\tau_{rg} = 50$ ).

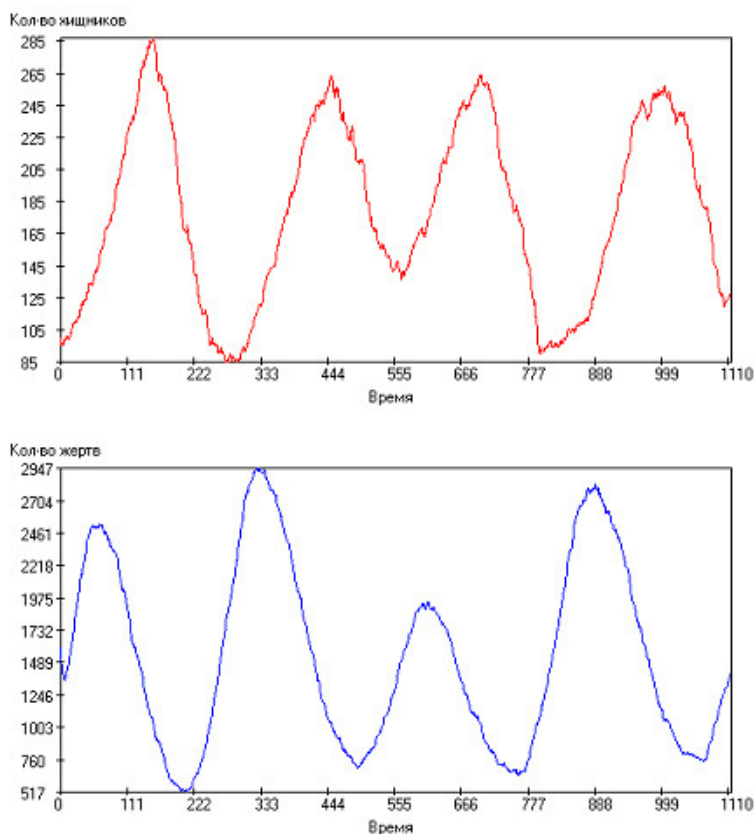
Как и в первой серии вычислительных экспериментов, при дальнейшем увеличении  $\tau_{rg}$  роль стохастической составляющей усиливается, что приводит к тому, что периодический характер кривых оказывается утраченным (рис. 11).

Таким образом установлен диапазон, в котором колебания имеют периодический характер –  $\tau_{rg} = 10-80$ .

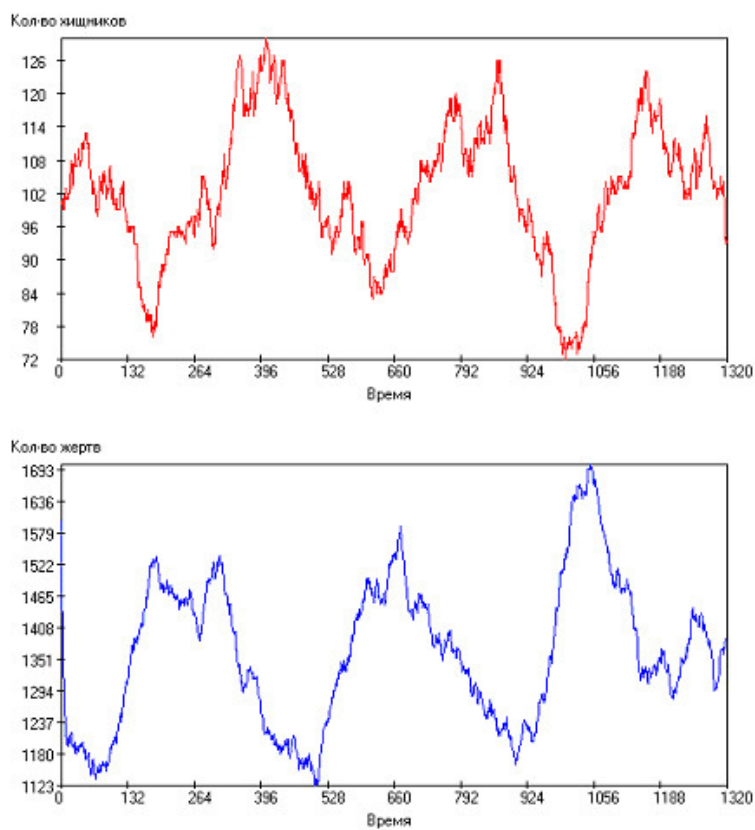
На рис. 12 показана зависимость периода колебаний в системе от времени между поколениями жертв, построенная на основе значительного числа вычислительных экспериментов. Из этого рисунка видно, что, несмотря на существенную роль стохастической составляющей, общая тенденция полностью согласуется с представлениями, полученными ранее в модели Лотки – Вольтерра.



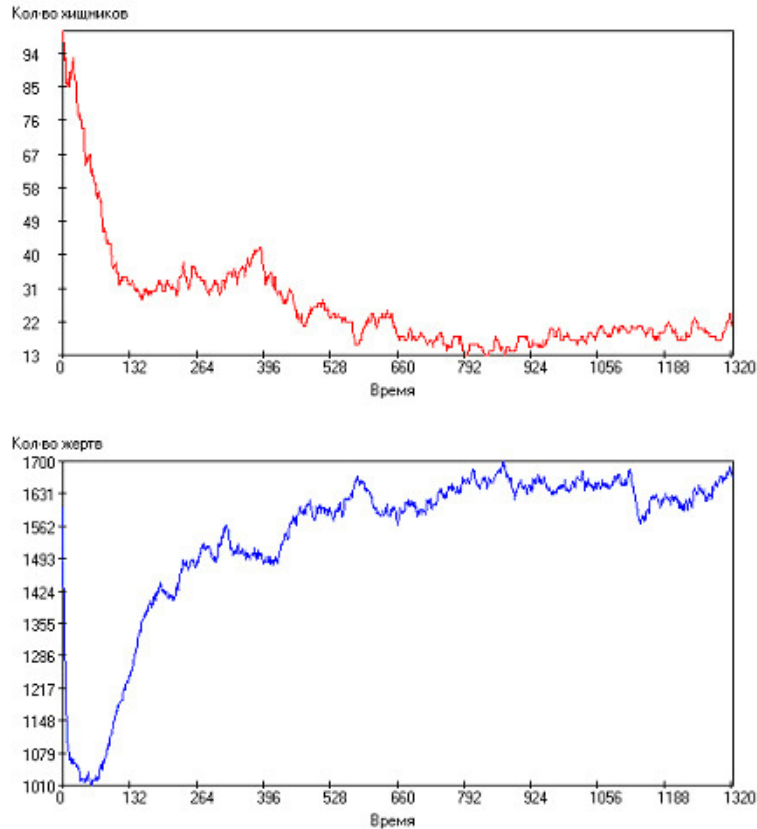
**Рис. 8.** Зависимость числа особей в популяции от модельного времени при:  $\tau_{rh} = 100$ ,  $\tau_{rg} = 5$ ,  $\tau_{sh} = 2000$ ,  $\tau_{sg} = 1000$ ,  $\tau_{gh} = 20$ ,  $\tau_{gg} = 15$ ,  $Q_+ = 300$ . Сверху – хищники, снизу – жертвы



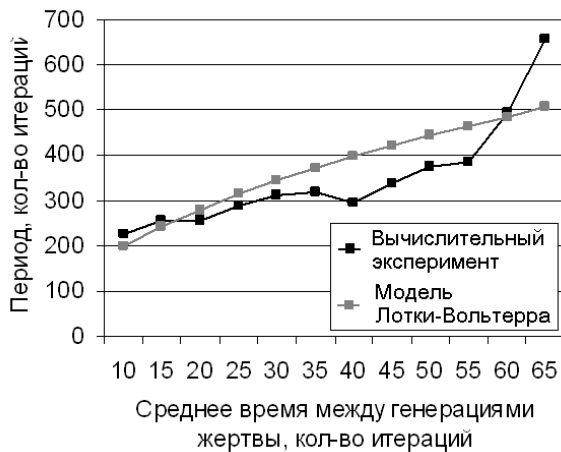
**Рис. 9.** Зависимость числа особей в популяции от модельного времени при:  $\tau_{rh} = 100$ ,  $\tau_{rg} = 25$ ,  $\tau_{sh} = 2000$ ,  $\tau_{sg} = 1000$ ,  $\tau_{gh} = 20$ ,  $\tau_{gg} = 15$ ,  $Q_+ = 300$ . Сверху – хищники, снизу – жертвы



**Рис. 10.** Зависимость числа особей в популяции от модельного времени при:  $\tau_{rh} = 100$ ,  $\tau_{rg} = 50$ ,  $\tau_{sh} = 2000$ ,  $\tau_{sg} = 1000$ ,  $\tau_{gh} = 20$ ,  $\tau_{gg} = 15$ ,  $Q_+ = 300$ . Сверху – хищники, снизу – жертвы



**Рис. 11.** Зависимость числа особей в популяции от модельного времени при:  $\tau_{rh} = 100$ ,  $\tau_{rg} = 90$ ,  $\tau_{sh} = 2000$ ,  $\tau_{sg} = 1000$ ,  $\tau_{gh} = 20$ ,  $\tau_{gg} = 15$ ,  $Q_+ = 300$ . Сверху – хищники, снизу – жертвы



**Рис. 12.** Зависимость периода колебаний от среднего времени между поколениями жертвы при:  $\tau_{rh} = 50$ ,  $\tau_{sh} = 2000$ ,  $\tau_{sg} = 1000$ ,  $\tau_{gh} = 20$ ,  $\tau_{gg} = 15$ ,  $Q_+ = 300$

В третьей серии вычислительных экспериментов изучался вид фазовых траекторий развития системы при различных начальных условиях. Результаты этих исследований показаны на рис. 13–17.

Так, в случае, если среднее время между поколениями хищника и жертвы составляет соответственно  $\tau_{rh} = 30$ –40 и  $\tau_{rg} = 50$ , наблюдается полное вымирание хищников и жертв, и фазовая траектория имеет вид, представленный на рис. 13. Данный вид фазовой траек-

тории соответствует динамике развития популяций, представленной на рис. 3.

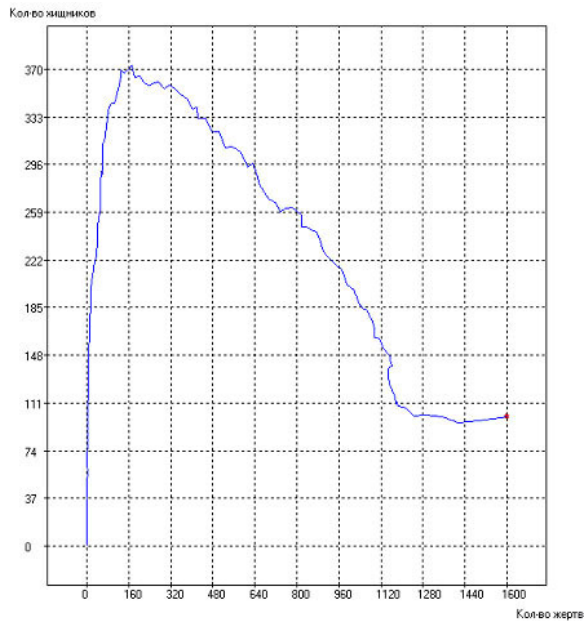
При  $\tau_{rh} = 100$  и  $\tau_{rg} = 5$  фазовая траектория развития системы принимает вид, при котором наблюдается сначала быстрый рост числа жертв, практически не сопровождающийся увеличением численности хищников. После этого в развитии системы наступает период, когда численности хищников и жертв совершают колебания практически в противофазе (рис. 14).

На рис. 15 изображена траектория, когда колебания численности популяций имеют практически детерминированный характер. В данном случае сценарий развития системы, полученный по данной модели, имеет сходство с фазовой траекторией модели Лотки – Вольтера. Видно, что фазовая траектория, изображенная на рис. 15, имеет аттрактивный характер, соответствующий уменьшению амплитуд колебаний численности в популяциях со временем.

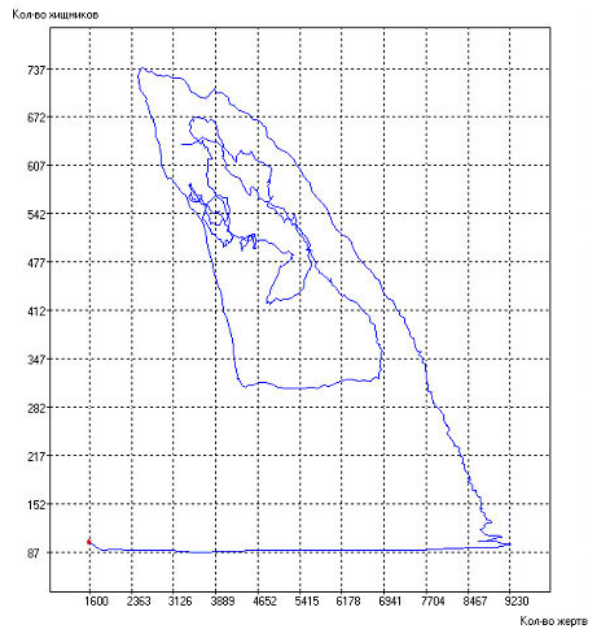
На рис. 16 представлена фазовая траектория в случае, когда в системе начинает доминировать стохастическая составляющая. В этой ситуации фазовая траектория относительно равномерно заполняет собой всю допустимую область.

С увеличением значений средних времен между поколениями хищников и жертв роль стохастической составляющей увеличивается, что приводит к утрате периодического характера, и система приходит к некоторому стационарному состоянию. Это хорошо видно на рис. 17.

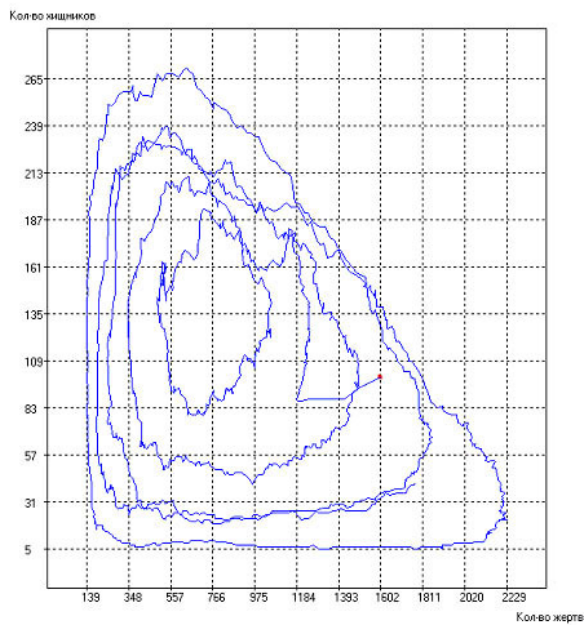




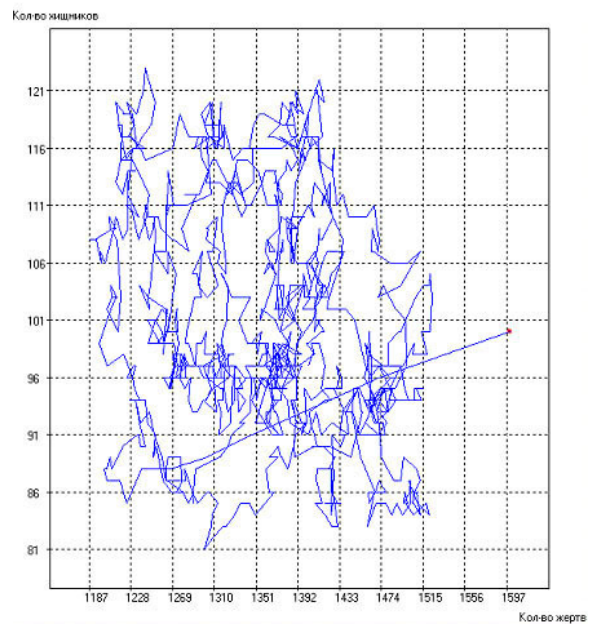
**Рис. 13.** Фазовый портрет популяций при:  $\tau_{rh} = 30$ ,  $\tau_{rg} = 50$ ,  $\tau_{sh} = 2000$ ,  $\tau_{sg} = 1000$ ,  $\tau_{gh} = 20$ ,  $\tau_{gg} = 15$ ,  $Q_+ = 300$ . Начальное состояние системы показано точкой



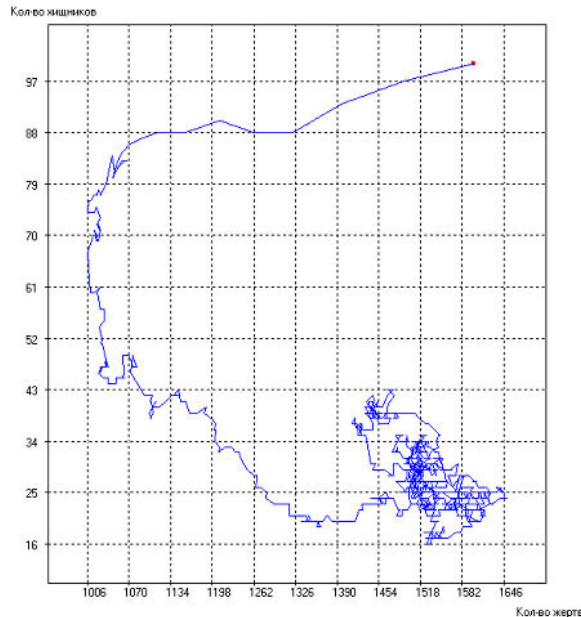
**Рис. 14.** Фазовый портрет популяций при:  $\tau_{rh} = 100$ ,  $\tau_{rg} = 5$ ,  $\tau_{sh} = 2000$ ,  $\tau_{sg} = 1000$ ,  $\tau_{gh} = 20$ ,  $\tau_{gg} = 15$ ,  $Q_+ = 300$ . Начальное состояние системы показано точкой



**Рис. 15.** Фазовый портрет популяций при:  $\tau_{rh} = 45$ ,  $\tau_{rg} = 50$ ,  $\tau_{sh} = 2000$ ,  $\tau_{sg} = 1000$ ,  $\tau_{gh} = 20$ ,  $\tau_{gg} = 15$ ,  $Q_+ = 300$ . Начальное состояние системы показано точкой



**Рис. 16.** Фазовый портрет популяций при:  $\tau_{rh} = 100$ ,  $\tau_{rg} = 50$ ,  $\tau_{sh} = 2000$ ,  $\tau_{sg} = 1000$ ,  $\tau_{gh} = 20$ ,  $\tau_{gg} = 15$ ,  $Q_+ = 300$ . Начальное состояние системы показано точкой



**Рис. 17.** Фазовый портрет популяций при:  $\tau_{rh} = 100$ ,  $\tau_{rg} = 90$ ,  $\tau_{sh} = 2000$ ,  $\tau_{sg} = 1000$ ,  $\tau_{gh} = 20$ ,  $\tau_{gg} = 15$ ,  $Q_+ = 300$ . Начальное состояние системы показано точкой

В четвертой серии вычислительных экспериментов изучались морфологические диаграммы, т. е. расположение хищников и жертвы по области их обитания. В этих экспериментах использованы следующие значения параметров и начальных условий для хищников: начальное количество  $n = 100$ , среднее время жизни  $\tau_{sh} = 2000$ , среднее время между генерациями  $\tau_{rh} = 100$ , максимальный промежуток жизни пищи  $\tau_{gh} = 20$ , максимальное расстояние, на котором хищник видит жертву,  $R_{hg} = 20$ ; для жертв: начальное количество  $m = 1600$ , среднее время жизни  $\tau_{sg} = 1000$ , среднее время между генерациями  $\tau_{rg} = 50$ , максимальный промежуток жизни без пищи  $\tau_{gg} = 15$ , максимальное расстояние, на котором жертва видит хищника,  $R_{gh} = 3$ ; для питательных веществ: количество за итерацию  $Q_+ = 300$ . Начальный возраст особи определялся случайным образом, с учетом средней продолжительности жизни. Время между генерациями также определялось случайным образом, учитывая среднее значения. В начальный момент времени особи обоих видов были распределены равномерно по области обитания.

Рис. 18 а) представляет собой начало эксперимента: хищники и жертвы расположены в среде обитания равномерно случайным образом и численность хищников во много раз меньше численности жертв.

Далее происходит кластеризация хищников, жертв и питательного ресурса на области обитания. Особенно хорошо различимы кластеры питательного ресурса, образование которых сопряжено с полным исчезновением жертв в определенных местах области.

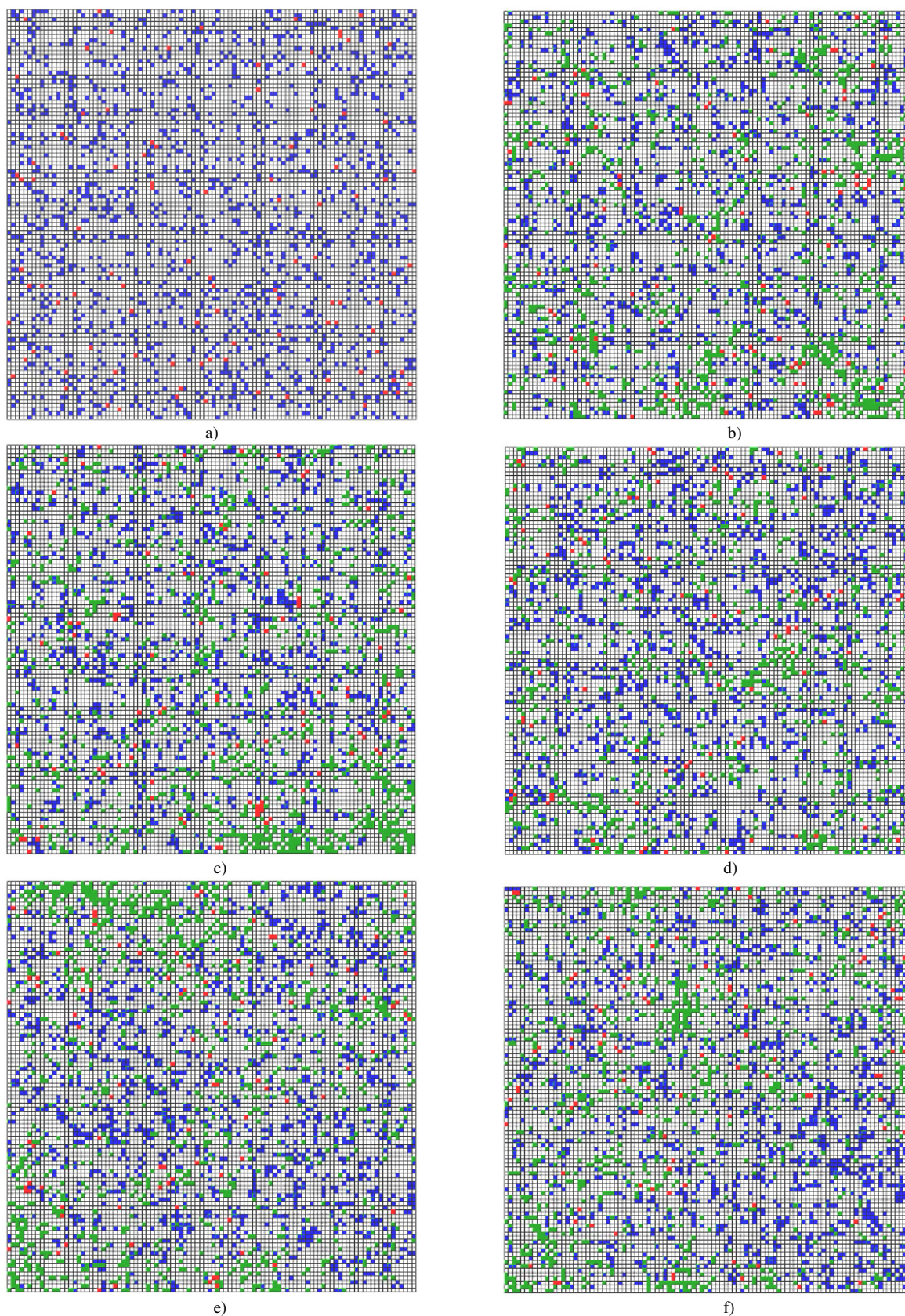
Рис. 19 б) – ф) свидетельствуют о том, что по всем трем компонентам: плотностям популяций хищников и жертв, а также плотности питательного ресурса система является распределенной. Это означает, что известные детерминированные математические модели, оперирующие осредненными характеристиками, такими как «скорость роста» популяции или «скорость отмирания», могут описывать данные явления лишь огрублено.

Таким образом, в данной работе:

- предложена стохастическая дискретная распределенная модель взаимодействий в системе «хищник – жертва» на основе клеточного автомата;
- модель реализована в виде программы-симулятора, упрощающей проведение вычислительных экспериментов и их визуализацию;
- проведенные вычислительные эксперименты свидетельствуют о том, что сценарии развития системы «хищник – жертва» являются более многогранными, чем это предсказано в классических детерминированных моделях; исследование морфологических диаграмм, показывающих размещение хищников и жертв по области обитания, показало, что при их равномерном размещении в начальный момент времени, в ходе эволюции такой системы происходит значительная ее структуризация, что не дает оснований использовать для описания такой системы детерминированные модели со средоточенными параметрами.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Вольтерра В.* Математическая теория борьбы за существование. М.: Наука, 1976.
2. *Ulam S.* Random Processes and Transformations // Proceedings Int. Congr. Mathem. 1952. № 2. P. 264-275.
3. *Фон Нейман Дж.* Теория самовоспроизводящихся автоматов: пер. с англ. М.: Мир, 1971.
4. *Gardner M.* The Fantastic Combination of John Conway's New Solitaire Game "Life" // Scientific American. 1970. № 223. P. 120-123.



**Рис. 18.** Изображения популяций в различные моменты времени: а)  $t = 0$ ; б)  $t = 20$ ; в)  $t = 50$ ; д)  $t = 100$ ; е)  $t = 150$ ; ф)  $t = 200$  итерации.  
□ – пустые ячейки, ■ – жертвы, ■ – хищники, ■ – питательные вещества

Поступила в редакцию 10 декабря 2006 г.